

УДК: 539.32

PACS number(s): 81.05.Bx

## КОМПЛЕКСНИЙ МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ ПРУЖНИХ МОДУЛІВ

**\*О. Гохман, \*В. Жуковський, \*\*А. Попов**

*\*Південноукраїнський державний педагогічний університет ім. К. Д. Ушинського,  
м. Одеса, вул. Старопортофранківська, 26*

*\*\*Науково-дослідницький інститут фізики Одеського національного  
університету ім. І. І. Мечнікова, м. Одеса, вул. Пастера, 27,  
e-mail: [wadim@mail.od.ua](mailto:wadim@mail.od.ua)*

Запропоновано комплексний підхід вивчення пружних властивостей текстурованих листів, що охоплює динамічний метод вимірювання модуля Юнга, метод спекл-інтерферометрії для визначення коефіцієнта Пуассона і рентгенівський метод знаходження інтегральних характеристик текстури, що виражають кристалографічний зв'язок пружних властивостей прокатаних листів і кристалітів, які їх складають.

*Ключові слова:* спекл-інтерферометрія, спекл-модульований пучок, полюсна фігура, інтегральні характеристики текстури, компоненти тензора піддатливості.

Пружні характеристики є в багатьох розрахункових задачах, які потребують точного значення у різних напрямках. Наприклад, задачі з термопружності, задачі з опору матеріалів та інші, пов'язані з дослідженням анізотропних матеріалів. Табличні значення модулів пружності у цих випадках не завжди правильні і потребують окремого дослідження.

Ми пропонуємо вдосконалення методики експерименту, викладеної у праці [1].

Частоту  $\nu$  можна визначати за допомогою мікрофона та персонального комп'ютера.

Прямокутний зразок розміщували на 1/3 та 2/3 його довжини на азбестових (можна капронових) канатиках діаметром 1 мм поряд з мікрофоном. Вільні поперечні коливання збуджували легким ударом графітового стрижня. За допомогою звукової картки сигнал з мікрофона кодується та стає вхідним масивом для демонстраційної програми "Cool Edit 2000". На рис. 1, а зображена форма сигналу, який надходить на звукову картку.

Ця програма дає змогу реконструювати початковий сигнал, відфільтрувати його та наприкінці визначити частоту основного тону. На рис. 1, б зображений опрацьований за допомогою фільтра сигнал, а також спектр коливань, з якого добре видно основний тон. Комп'ютер автоматично видає частоту основного тону, що, власне, і є частотою  $\nu$ , яку ми шукаємо.

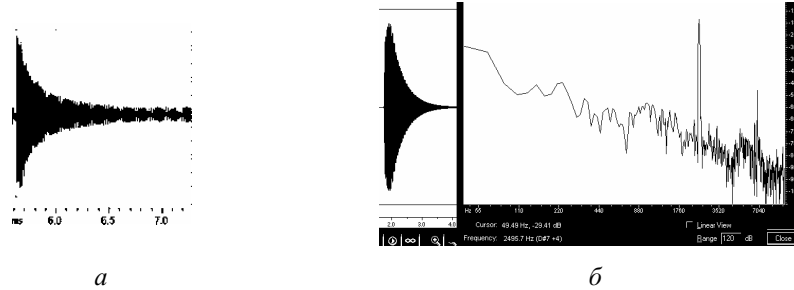


Рис. 1

Якщо довжина зразка  $l$  набагато більша від його ширини, то модуль Юнга  $E$  можна обчислити за такою формулою [2]:

$$E = \frac{48 \pi^2}{m^4} \rho \frac{l^4}{d^2} v^2, \quad (1)$$

де  $\rho$ ,  $d$  – густина і товщина зразка, відповідно;  $m$  – стала, що дорівнює для основного тону 4,73004.

Відносна похибка визначення модуля Юнга описаним динамічним методом для зразків з довжиною 100 мм і товщиною до 3 мм не перевищує 1%.

З огляду на особливості геометрії прокатаних листових матеріалів зазначений метод можна успішно використати для дослідження значень  $E$  тільки в площині прокатки і не можна застосувати для визначення  $E$  в поперечному перерізі досліджуваних листів.

Значним недоліком методу голографічної інтерферометрії, який застосовують для знаходження коефіцієнта Пуассона в [1], є фотографічний процес у разі одержання голограм, який потребує багато часу. Тому пропонуємо методи спекл-інтерферометрії для одержання інтерферограм [5]. Ми використовували схему з осьовим опорним спекл-модульованим пучком (рис. 2).

Накладені два спекл-поля інтерферують між собою, результат інтерференції – також спекл-поле, яке фіксуємо цифровою камерою з'єднаною з комп'ютером. Після навантаження знову фіксуємо спекл-поле. Зрозуміло, що на другому знімку деякі спекли змінюють свою фазу (у разі великих деформацій зміщуються самі спекли, і провести кореляцію неможливо). Далі за допомогою спеціальної програми комп'ютер корелює знімки, і в результаті одержуємо інтерферограму, зображену на рис. 3, аналогічну до інтерферограми, одержаної методами голографічної інтерферометрії. Час одержання інтерферограм методами спекл-інтерферометрії може становити менше секунди залежно від потужності комп'ютера.

Зразок між експозиціями навантажували чистим вигином. Отримана в такий спосіб інтерферограма є сім'єю гіпербол ( $v > 0$ ) чи еліпсів ( $v < 0$ ), описуваних рівнянням [4, 9]

$$w(x, y) = \frac{6M_y}{Hd^3 E_x} (x^2 \mp v_{yx} y^2) = \text{const}, \quad (2)$$

де  $H$  – ширина листа;  $x$  (1) – напрям прокатки (НП); а  $y$  (2) – поперечний напрям (ПН) у площині прокатки;  $E_x$  – модуль Юнга в НП;  $M_y$  – згинаний момент.

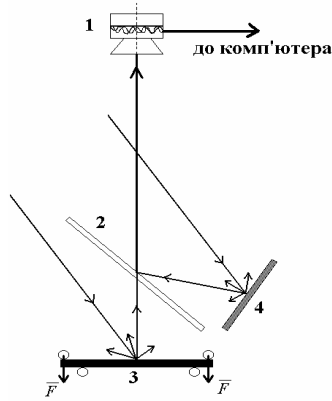


Рис. 2

1 – цифрова камера; 2 – напівпрозоре дзеркало;  
3 – зразок; 4 – дифузно відбивна поверхня.

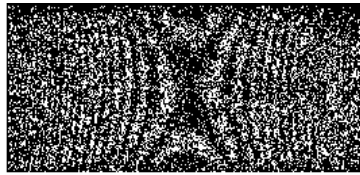


Рис. 3

Звідси видно, що  $|v|$  буде дорівнювати відношенню квадратів півосей, або  $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$ , де  $\alpha$  – кут між асимптотами.

Рентгенівський метод дослідження анізотропії пружних властивостей текстурованих матеріалів викладений у [6]. Для випадку зовнішньої ортотропної і внутрішньої гексагональної симетрії вимірюють полюсну щільність прямої полюсної фігури (ППФ) (0002) і за її допомогою розраховують інтегральні характеристики текстури (IXТ):

$$I_1 = \langle \alpha_{13}^2 \rangle, \quad I_2 = \langle \alpha_{23}^2 \rangle, \quad I_3 = \langle \alpha_{33}^2 \rangle,$$

$$I_4 = \langle \alpha_{13}^4 \rangle, \quad I_5 = \langle \alpha_{23}^4 \rangle, \quad I_6 = \langle \alpha_{13}^2 \alpha_{23}^2 \rangle,$$

де  $\alpha_{ij}$  – напрямні косинуси осі “с” кристалітів у системі координат листа: НП (вісь 1), ПН (вісь 2) і НН (вісь 3);  $\langle \dots \rangle$  означає усереднення в орієнтаційному просторі з використанням полюсної щільності ППФ (0002) як вагової функції.

Обчислені значення IXТ дають змогу зв'язати компоненти тензора піддатливості текстурованого полікристала  $S_{ijkl}^T$  і його кристалів  $S_{ik}$ :

$$\begin{aligned}
S_{1111}^T &= s_{11} + a * I_4^G + b * I_1^G, \\
S_{2222}^T &= s_{11} + a * I_5^G + b * I_2^G, \\
S_{3333}^T &= s_{11} + a [1 + I_4^G + I_5^G - 2I_6^G - 2(I_1^G + I_2^G)] + b * I_3^G, \\
S_{1122}^T &= s_{12} + a I_6^G + (s_{13} - s_{12})(I_1^G + I_2^G), \\
S_{1133}^T &= s_{12} + a (I_1^G - I_4^G - I_6^G) + (s_{13} - s_{12})(1 - I_2^G), \\
S_{2233}^T &= s_{12} + a (I_1^G - I_4^G - I_6^G) + (s_{13} - s_{12})(1 - I_1^G), \\
S_{1212}^T &= \frac{1}{2}(s_{11} - s_{12}) + a * I_6^G + c(I_1^G + I_2^G), \\
S_{2323}^T &= \frac{1}{2}(s_{11} - s_{12}) + a(I_1^G - I_5^G - I_6^G) + c(1 - I_1^G), \\
S_{1313}^T &= \frac{1}{2}(s_{11} - s_{12}) + a(I_1^G - I_4^G - I_6^G) + c(1 - I_2^G),
\end{aligned} \tag{3}$$

де

$$\begin{aligned}
a &= s_{11} + s_{33} - 2s_{13} - s_{44}; \\
b &= 2 \left( s_{13} - s_{11} + \frac{1}{2} s_{44} \right); \\
c &= \frac{1}{2} \left( s_{12} - s_{11} + \frac{1}{2} s_{44} \right).
\end{aligned} \tag{4}$$

Значення модулів Юнга, модулів зсуву і коефіцієнтів Пуассона листових матеріалів можна обчислити як комбінації  $S_{ijkl}^T$  [7]:

$$\begin{aligned}
E_{III} &= \frac{1}{S_{1111}^T}; \quad E_{III} = \frac{1}{S_{2222}^T}; \quad E_{III} = \frac{1}{S_{3333}^T}; \quad G_{III} = \frac{1}{4S_{1212}^T}; \quad G_{III} = \frac{1}{4S_{1313}^T}; \quad G_{III} = \frac{1}{4S_{2323}^T}; \\
\nu_{12} &= -\frac{S_{1122}^T}{S_{2222}^T}; \quad \nu_{21} = -\frac{S_{1122}^T}{S_{1111}^T}; \quad \nu_{13} = -\frac{S_{1133}^T}{S_{3333}^T}; \\
\nu_{31} &= -\frac{S_{1133}^T}{S_{1111}^T}; \quad \nu_{23} = -\frac{S_{2233}^T}{S_{3333}^T}; \quad \nu_{32} = -\frac{S_{2233}^T}{S_{2222}^T}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Попереднє визначення пружних характеристик  $S_{ik}$  є необхідною умовою реалізації розрахункової схеми (3)–(5). Безпосереднє вимірювання їх на монокристалах заважке для низки багатокомпонентних сплавів, оскільки вони отримані дотепер тільки в полікристалічному стані.

Компоненти тензора піддатливості монокристала  $S_{11}$ ,  $S_{33}$  та комбінації пружних сталей ( $2S_{13} + S_{44}$ ), “ $a$ ” і “ $b$ ” у рівняннях (3) визначені із значень модуля Юнга у площині прокатки та ІХТ за допомогою аналітичного співвідношення [6]

$$\frac{1}{E(\varphi)} = S_{11} + a \Psi_2^T(\varphi) + b \Psi_4^T(\varphi), \tag{6}$$

$$\Psi_2^T(\varphi) = I_1 \cos^4 \varphi + I_2 \sin^4 \varphi + \frac{1}{4} I_3 \sin^2 2\varphi, \tag{7}$$

$$\Psi_4^T(\varphi) = I_4 \cos^4 \varphi + I_5 \sin^4 \varphi + 1,5 I_6 \sin^2 2\varphi,$$

де  $E(\varphi)$  – залежність модуля Юнга в площині прокатки від кута  $\varphi$  з НП, визначена динамічним методом.

З одержаних експериментальних даних, ІХТ та співвідношень (3), (5) згідно з [1] можна знайти  $E$  у напрямі нормалі до площини прокатки та модуль зсуву у площині прокатки.

Отже, є можливість визначення компонент тензора піддатливості кристалітів з гексагональною симетрією, що складають прокатані листові матеріали, модуля Юнга в напрямі, перпендикулярному до площини прокатки, і модуля зсуву в площині прокатки з вимірюваних методом спекл-інтерферометрії коефіцієнтів Пуассона і знайденої динамічним способом анізотропії модуля Юнга в площині прокатки, а також інтегральних характеристик текстури, розрахованих за даними рентгенівської дифрактометрії. У випадку кубічної симетрії маємо лише три компоненти тензора піддатливості монокристала, що значно спрощує рівняння (3)–(7), і в цьому випадку можна знайти всі компоненти пружних модулів.

1. Гохман О. Р., Жуковський В. К., Попов А. Ю. та ін. Дослідження пружних характеристик текстурованих матеріалів // Укр. фіз. журн. 2002. Т. 47. № 2. С. 197–200.
2. Брюханов А. О., Березюк В. В., Брюханов А. Е. // Изв. вузов. физика. 1966. № 5. С. 103–108.
3. Золотаревский В. С. Механические свойства металлов. М.: Металлургия, 1983. 352 с.
4. Кудрин А. Б., Полухин Т. И., Черняев Н. А. Голография и деформация металлов. М.: Металлургия, 1982.
5. Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия / Пер. с англ. Под ред. Г. В. Скроцкого. М.: Мир, 1986. 328 с.
6. Брюханов А. А., Гохман А. Р. // Изв. вузов. физика. 1985. № 8. С. 36.
7. Бородкина М. М., Спектр Э. Н. Рентгенографический анализ текстуры металлов и сплавов. М.: Металлургия, 1981. 272 с.
8. Адамеску Р. А., Гельд П. В., Митюшов Е. А. Анизотропия физических свойств металлов. М.: Металлургия, 1985. 138 с.
9. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности / Под общ. ред. Г. С. Варданян. М., Изд-во Ассоциации строит. вузов, 1995. 568 с.

**COMPLEX METHOD OF ELASTIC MODULUSES STUDY****\*A. Gokhman, \*V. Zhukovsky, \*\*A. Popov***\*South-Ukrainian State Pedagogical University,  
26, Staroportofrankivska Str., Odessa**\*\*Odessa National University Mechnikov,  
27, Pastera Str., Odessa**e-mail: [wadim@mail.od.ua](mailto:wadim@mail.od.ua)*

It is suggested a complex approach to a study of the textured sheets elastic properties that includes the following methods: 1) a dynamic for Young's modulus measuring; 2) a speckle-interferometry for Poisson's ratio determination; 3) an X-ray for the definition of the texture integral characteristics, expressing a crystallographic tie between the rolling sheets elastic properties and that of crystallites, from which they consist of.

*Key words:* speckle interferometry, speckle – modulated a bundle, polar figure, the integral characteristics of texture, compliance tensor components.

Стаття надійшла до редколегії 23.05.2002  
Прийнята до друку 12.05.2004